

# Studiu asupra aplicabilității modelului Markowitz pe piața bursieră din România

■

**Leonardo Badea**

*Lector universitar doctor*

Universitatea „Valahia” Târgoviște

**Abstract.** *This paper deals with the application of the analysis on a portfolio made up of eight titles, through determination of the portfolio with absolute minimum variation and of the frontier of efficiency. Thus, using the Markowitz model, the dimensions of the portfolio with minimum absolute variation could be established but its profitability was smaller than the profitability offered by the BET rating. The best strategy to follow in this respect would have been to adopt a passive strategy and to take over the structure of the rating in the investment of portfolio for a good profitability but with a higher risk.*

**Key words:** risk; probability; returns; portfolio with absolute minimum variation (PVMA); frontier of efficiency.

■

Laureat al premiului Nobel pentru economie în 1990 pentru articolul „*Portfolio Selectio*” (Selecția Portofoliului), Harry Markowitz fundamentează un model, în domeniul teoriei de portofoliu, care are ca puncte de pornire riscul și rentabilitatea unui portofoliu diversificat de titluri.

Selecția portofoliului are la bază două etape (Markowitz, 1952):

1) prima etapă presupune studierea și analiza titlurilor de valoare existente pe piața de capital, analiză care ajută la fundamentarea unei previziuni asupra performanțelor viitoare ale acestor titluri;

2) a doua etapă se fundamentează pe baza previziunilor asupra performanțelor viitoare ale titlurilor de valoare, pe baza cărora se stabilește un portofoliu de titluri care vor oferi rentabilități maxime.

Astfel ipotezele care stau la baza fundamentării modelului Markowitz se referă atât la comportamentul investitorilor, cât și la comportamentul titlurilor:

Ipoteze referitoare la comportamentul investitorilor:

a) o lege de probabilitate, referitoare la repartiția rentabilității, posibil de realizat în cadrul perioadei de posesie a titlurilor;

b) investitorii au aversiune la risc și doresc maximizarea utilității;

c) riscul este definit de dispersia rentabilității și este acceptat de investitori;

d) investitorii utilizează rentabilitatea și dispersia pentru a fundamenta deciziile financiare.

Ipoteze referitoare la activele financiare:

a) titlurile care compun portofoliul sunt riscante, se caracterizează printr-o anumită speranță de rentabilitate, dispersie și covarianță cu celelalte titluri selectate.

Modelul de selecție a portofoliului optim pentru investitor permite să se stabilească care sunt alegerile ce satisfac criteriul rentabilitate-risc, urmărindu-se maximizarea rentabilității și minimizarea riscului. Pentru a realiza acest lucru trebuie să se studieze selecția

portofoliului de titluri de valori mobiliare în scopul stabilirii proporției optime a titlurilor în cadrul portofoliului. Apreciez că acest model, deși pornește de la o serie de ipoteze restrictive, permite dimensionarea portofoliului optim în situația în care investițiile se realizează doar în valori mobiliare riscante și nu sunt permise vânzările scurte. Aplicarea modelului permite determinarea portofoliului cu varianță minimă absolută care desemnează acea combinație de titluri capabile să ofere cel mai scăzut nivel al riscului și, de asemenea, a frontierei de eficiență pe care se situează portofoliile optime deținute de investitori. Totuși acest model nu ține seama de existența influenței factorilor macroeconomici asupra valorii rentabilității și riscului și, de asemenea, de posibilitatea structurării riscului în funcție de cum poate fi eliminat prin diversificare. Deși realizează o apreciere a evoluției corelate a titlurilor, acestea fiind grupate două câte două, acest model nu reușește să surprindă evoluțiile viitoare ale titlurilor influențate în special de factori macroeconomici și de factori specifici titlurilor individuale. Teoria selecției portofoliului optim elaborată de Markowitz reprezenta la momentul apariției un pas important în dezvoltarea științei finanțelor, deoarece înainte de apariția ei modelele de gestiune a portofoliilor se bazau pe veniturile generate de oportunitățile de investiții și considerau semnificativă rentabilitatea lor. Markowitz introduce noțiunea de risc cărui îi acordă aceeași importanță ca noțiunii de rentabilitate și propune dispersia ca măsură a acestuia.

Markowitz consideră că procesul de selecție a portofoliului poate fi divizat în două etape, și anume: analiza titlurilor de valoare și stabilirea unor scenarii privind evoluția rentabilității și riscului viitor, procesul de selecție a portofoliilor optime bazat pe predicțiile anterioare. El nu acceptă regula maximizării valorii actualizate a beneficiilor viitoare deoarece aceasta nu ține seama de risc și de atitudinea investitorilor față de risc. Se propune un criteriu care urmărește ca în același timp să sporească rentabilitatea caracteristică valorilor mobiliare și să diminueze riscul asociat acesteia. Acest criteriu a pus bazele unei noi dezvoltări a științei economice introducând legătura dintre rentabilitate și risc ca o componentă a comportamentului investițional.

Pentru aplicarea modelului pe piața bursieră din România s-a urmărit un număr de 8 titluri cotate la bursă în perioada 2001-2006.

1) Banca Română de Dezvoltare (BRD) – sector servicii financiare, bănci comerciale

2) Oltchim Râmnicu Vâlcea (OLT) – sector materii prime și materiale bază, industria chimică

3) Petrom (SNP)- sector energie, petrol și gaze

4) Rulmentul Brașov (RBR) – sector materii prime și materiale de bază, alte materiale

5) Antibiotice Iași (ATB) – sectorul farmaceutice și servicii medicale, medicamente

6) Alro Slatina (ALR) – sector materii prime și materiale de bază, metale neferoase

7) SIF Banat – Crișana – servicii financiare, servicii de investiții

8) SIF Moldova – servicii financiare, servicii de investiții.

Prin aplicarea modelului Markowitz s-a urmărit determinarea portofoliului cu varianță minimă absolută. Modul de determinare a principalilor indicatori:

$$R_x = (C_{t_1} - C_{t_0}) / C_{t_0}$$

unde:

$C_{t_1}$  = valoarea cursului bursier la momentul  $t_1$

$C_{t_0}$  = valoarea cursului bursier la momentul  $t_0$

$E(R_x)$  se calculează ca medie aritmetică a rentabilităților determinate zilnic după relația:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum (\sigma_x - \bar{\sigma}_x)^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$$

$E(R_x) - \sigma_x$  = limita inferioară a rentabilității medii sperate

$E(R_x) + \sigma_x$  = limita superioară a rentabilității medii sperate

$$\text{Cov}(m, \text{arc}) = \frac{\sum_{i=1}^N (R_{mi} - E(Rm))(R_{xi} - E(Rx))}{N - 1}$$

unde:

$N$  = numărul de tranzacții în perioada analizată.

Aplicarea modelului Markowitz conduce la identificarea portofoliilor eficiente de titluri riscante care oferă maximum de rentabilitate scontată pentru o cantitate de risc asumată de investitorii de capital în funcție de atitudinea acestora față de risc. Frontiera de eficiență începe cu determinarea *portofoliului cu varianță minimă absolută* scontată de investitorii cu aversiunea cea mai mare față de risc. Un prim rezultat al modelului Markowitz de diversificare a portofoliului este reducerea riscului portofoliului prin eliminarea pe frontiera de eficiență a componentei specifice a riscurilor individuale ale titlurilor din portofoliu. Pentru determinarea portofoliului

cu varianță minimă absolută se va folosi calculul matricial în scopul stabilirii riscului minim pentru maximul de rentabilitate posibilă.

Se vor folosi următoarele matrici de ordinul  $n+1$ :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} & 1 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_n^2 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$W \times X = K, \text{ unde } X = W^{-1} \times K$$

Matricea linie X conține ponderile titlurilor de variantă minimă absolută.

### Interpretare:

Ponderile obținute ne atestă faptul că portofoliul ales este nelegitim. Investitorii cu aversiune față de risc vor alege portofoliile cu un risc mic, dar acestea au și o rentabilitate asociată mică. Investitorii cu o aversiune mai mică la risc vor alocă o parte mai mare din fonduri pentru achiziționarea unor titluri cu o rentabilitate mai mare, dar și cu un risc mai mare. Din cercetarea efectuată privind analiza structurii portofoliilor optime rezultă evident necesitatea vânzării titlurilor în absență, așa-numita tehnică a vânzării scurte, datorită numărului mare de titluri în portofoliu obținându-se ponderi negative. Astfel, pe

măsură ce se va dori creșterea rentabilității se va proceda la vinderea în absența titlurilor cu rentabilități foarte mici și la cumpărarea de titluri cu rentabilități mai mari și, implicit, cu riscuri mai mari, dar acest lucru nu este posibil pe piața bursieră românească. Se poate aprecia că există un risc sistematic cu valori constante ce afectează investițiile pe piața de capital. De asemenea, apreciem că optimizarea deținerii de titluri în portofoliu nu a luat în calcul și posibilitatea de efectuare de alte investiții, în special de investițiile în bonurile de trezorerie emise de stat, care sunt considerate active fără risc. Aplicarea modelului Markowitz pe o perioadă de 5 ani și pe un portofoliul de opt titluri pentru determinarea portofoliului cu varianță minimă absolută ne duce la obținerea unui portofoliu nelegitim, deoarece piața bursieră a avut evoluții spectaculoase pentru anumite titluri, în special pentru cele din domeniul financiar-bancar și pentru SIF-uri. Cea mai importantă rentabilitate medie o are titlul ATB, dar și riscul asociat este cu mult mai mare decât al celorlalte titluri. Deținerea în portofoliu a SIF-urilor a determinat un dezechilibru în cadrul portofoliului, deoarece au înregistrat rentabilități spectaculoase asociate cu riscuri reduse. Rezultă din calculul matematic necesitatea investirii în SIF 2, care prezintă cea mai bună rentabilitate pe unitate de risc. Aplicarea modelului pe o perioadă de cinci ani prin determinarea rentabilităților anuale a reușit să surprindă mai mult evoluția rentabilității ca urmare a rentabilității pieței și în completare este recomandată aplicarea analizei folosind modelul Sharpe și modelele multicrite.

### Bibliografie

LeRoy, S. F., Werner, J. (2001). *Principles of financial economics*, Cambridge, University Press  
 Viviani, J.L. (2001). *Gestion de portefeuille*, Dunod, Paris  
 Fiedman, M., Savage, L.J., „The utility analysis of choice involving risk”, *The journal of political Economy*, 1948  
 Pratt, L., „Risk aversion in the small and in the large”, *Econometrica*, 1964  
 von Neuman, J., Morgenstern, O. (1947). *Theory of games and economic behaviour*, Princeton University Press  
 Bates, G., „Comprehensive stock value tables”, *Harvard Business Review*, 1962

Gordon, M., Shapiro, E., „Capital equipment analysis: the required rate of profit”, *Management Science*, vol. 3, 1956  
 Miller, F., Modigliani, „Dividend policy, growth, and valuation of shares”, *Journal of Business*, vol. 34, 1961  
 Molodovsky, N., „Stock values and stock prices”, Part I, *Financial Analysts Journal*, 1960  
 Samuelson, P., „Risk and Uncertainty: a Fallacy of large Numbers”, *Scientia*, 1963  
 Markowitz, H. „Portfolio Selection”, *Journal of Finance*, vol. 7, nr. 1, 1952  
 Markowitz H., Portfolio Selection, March, 1952

RENTABILITĂȚILE ANUALE CALCULATE ÎN PERIOADA 10.2001- 10.2006

TITLUL	2001/2002	2002/2003	2003/2004	2004/2005	2005/2006	MEDIA	DISPERSIA
brd	-0,2762	0,0879	-0,263	0,8744	0,7125	0,22712	0,233499
olt	-0,2558	0,2112	0,5156	1,268	0,538	0,4554	0,247241
snp	-0,4314	2,043	0,1136	1,2585	0,3668	0,6701	0,769211
rbr	1,6036	0,7528	-0,0125	1,2785	-0,2486	0,67476	0,511651
atb	3,1981	0,9444	0,0227	1,1422	0,787	1,21888	1,12318
alr	0,0444	-0,2747	0,0252	1,8528	-0,4301	0,24352	0,679882
sif 1	0,9	1,29	0,32	0,93	1,83	1,054	0,247144
sif 2	1,33	1,14	0,11	1,37	1,73	1,136	0,299584

COVARIANȚELE CALCULATE

cov 12	0,154754																		
cov 13	0,144945	cov 23	0,144617																
cov 14	-0,03315	cov 24	-0,05112	cov 34	0,016963														
cov 15	-0,10516	cov 25	-0,25176	cov 35	-0,3009	cov 45	0,498588												
cov 16	0,165677	cov 26	0,25118	cov 36	0,130095	cov 46	0,253038	cov 56	0,029469										
cov 17	0,116799	cov 27	-0,00483	cov 37	0,098964	cov 47	-0,06859	cov 57	0,030465	cov 67	-								
cov 18	0,14074	cov 28	0,006416	cov 38	0,053383	cov 48	0,079739	cov 58	0,222612	cov 68	0,19268								0,19268
												cov 78	0,19268						

MATRICEA VARIANȚĂ – COVARIANȚĂ Ω

0,233499	0,154754	0,144945	-0,03315	-0,10516	0,165677	0,116799	0,14074
0,154754	0,247241	0,144617	-0,05112	-0,25176	0,25118	-0,00483	0,006416
0,144945	0,144617	0,769211	0,016963	-0,3009	0,130095	0,098964	0,053383
-0,00332	-0,05112	0,016963	0,511651	0,498588	0,253038	-0,06859	0,079739
-0,10516	-0,25176	-0,3009	0,498588	1,12318	0,029469	0,03046	0,222612
0,16567	0,25118	0,130095	0,253038	0,029469	0,679882	-0,01088	0,19268
0,116799	-0,00483	0,098964	-0,06859	0,03046	-0,10884	0,24144	0,19268
0,14074	0,006416	0,053383	0,079739	0,222612	0,19268	0,19268	0,299584

DETERMINAREA PORTOFOLIULUI CU VARIANȚĂ MINIMĂ ABSOLUTĂ

MATRICEA W

0,233499	0,154754	0,144945	-0,03315	-0,10516	0,165677	0,116799	0,14074	1	X1	0	
0,154754	0,247241	0,144617	-0,05112	-0,25176	0,25118	-0,00483	0,006416	1	X2	0	
0,144945	0,144617	0,769211	0,016963	-0,3009	0,130095	0,098964	0,053383	1	X3	0	
-0,00332	-0,05112	0,016963	0,511651	0,498588	0,253038	-0,06859	0,079739	1	X4	0	
-0,10516	-0,25176	-0,3009	0,498588	1,12318	0,029469	0,03046	0,222612	1	x5	= 0	
0,16567	0,25118	0,130095	0,253038	0,029469	0,679882	-0,01088	0,19268	1	X6	0	
0,116799	-0,00483	0,098964	-0,06859	0,03046	-0,10884	0,24144	0,19268	1	X7	0	
0,14074	0,006416	0,053383	0,079739	0,222612	0,19268	0,19268	0,299584	1	X8	0	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	λ	1

MATRICEA W<sup>-1</sup>

33,32484	-32,1932	1,852007	-10,5557	9,12862	22,81929	16,56803	-40,9439	-1,09592
-58,7082	75,91048	-6,10895	28,5463	-22,7193	-64,5713	-54,3158	101,9668	3,24255
-1,60926	2,073304	1,766078	-0,15558	0,142364	-2,52709	-3,67905	3,989241	0,100308
-19,334	22,33633	-3,28604	15,02388	-11,0498	-21,7731	-15,7761	33,85875	1,10643
17,06632	-19,7024	2,704352	-11,7797	9,962731	18,73038	14,31453	-31,2962	-0,68965
54,44392	-72,4866	6,112353	-32,1568	24,98484	68,0603	56,92753	-105,886	-2,88245
92,16123	-126,992	9,28538	-54,4203	42,70897	119,5482	109,3893	-191,681	-4,50699
-117,345	151,0542	-12,3252	65,49785	-53,1585	-140,287	-123,428	229,9916	5,725716
0,421712	-0,2798	0,069863	-0,20537	0,398866	0,783396	1,215746	-1,40442	-0,09816

PVMA

-1,09592  
3,24255  
0,100308  
1,10643  
-0,68965  
-2,88245  
-4,50699  
5,725716  
-0,09816

PORTOFOLIU  
NELEGITIM