Economie teoretică şi aplicată
Volumul XVIII (2011), No. 10(563), pp. 91-98

Modelarea econometrică a seriei de timp GDP

Elena-Adriana ANDREI
Academia de Studii Economice, Bucureşti
adrianna_andrei@yahoo.com
Elena BUGUDUI
Universitatea „Artifex”, Bucureşti
bugudui@yahoo.com

Rezumat. *Scopul articolului îl constituie modelarea econometrică a seriei de timp pentru variabila macroeconomică GDP la nivelul economiei SUA. Întrucât aceasta este o serie de timp nestaţionară sunt utilizate mai multe teste statistice pentru a o transforma într-o serie staţionară. După aplicarea acestor teste, seria de timp devine staţionară şi integrată de ordinul I; astfel, în vederea determinării ARMA utilizăm procedura Box-Jenkins. Estimăm prin OLS parametrii unor diverse modele. Performanţele modelului ales ARIMA (1,1,1) sunt verificate pe baza testelor statistice clasice şi a previziunii.*

Cuvinte-cheie: serie de timp staţionară; serie de timp nestaţionară; teste statistice.

Coduri JEL: C22, E01.
Coduri REL: 8C, 10G.

În vederea constituirii seriei de timp utilizăm variabila macroeconomică GDP în perioada 1947 (trimestrul I) – 2010 (trimestrul III) la nivelul economiei SUA. Valorile seriei de timp sunt observate cu aceeaşi frecvenţă, respectiv trimestrial; fiecare dintre aceste valori sunt variabile întâmplătoare. Prin urmare, putem afirma că GDP este un proces stocastic şi că valorile actuale observate în perioada 1947 (I) – 2010 (III) sunt realizări particulare ale acestui proces.

Analiza descriptivă a seriei de timp ne oferă informaţii despre următorii indicatori:

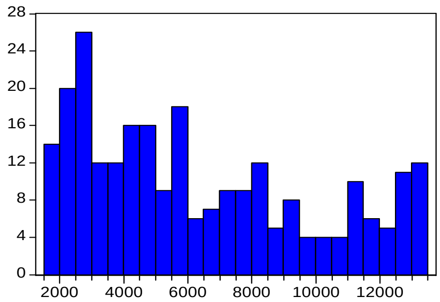
i) *media de selecţie*:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^{T} y_t}{T} = 6372.390$$

ii) *dispersia seriei de timp*:

$$s^2 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \left(y_t - \bar{y} \right)^2}{T-1} = 12735711$$

iii) *valoarea statisticii Jarque-Berra*: sugerează o repartiţie normală a seriei de timp din punct de vedere al asimetriei şi al aplatizării.



Series: Y	
Sample 1947:1 2010:3	
Observations 255	
Mean	6372.390
Median	5776.600
Maximum	13363.50
Minimum	1768.000
Std. Dev.	3568.713
Skewness	0.529954
Kurtosis	2.042012
Jarque-Bera	21.68718
Probability	0.000020

Figura 1. *Histograma şi indicatorii descriptivi*

Vizualizarea graficului serii de timp ne indică o traiectorie liniară, cu panta pozitivă; prin urmare, aceasta este *nestaţionară de tip omogen*, caracterizată de variaţii constante de la o perioadă de timp la alta.

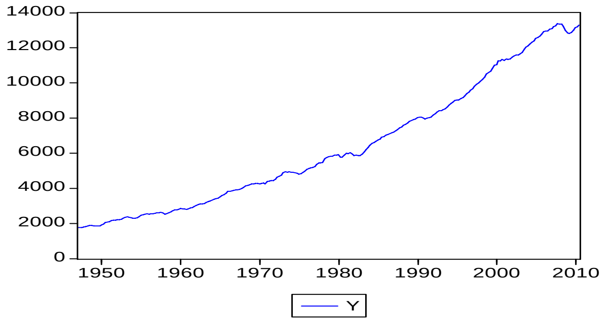


Figura 2. *GDP, SUA, 1947 (I) -2010(III)*

Verificarea staționarității sau nestaționarității seriei de timp am realizat-o pe baza următoarelor teste statistice:

- *Testul rădăcinii unitate (Testul Dickey – Fuller)*

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \gamma \times Y_t + \alpha_1 \times \Delta Y_{t-1} + e_t$$

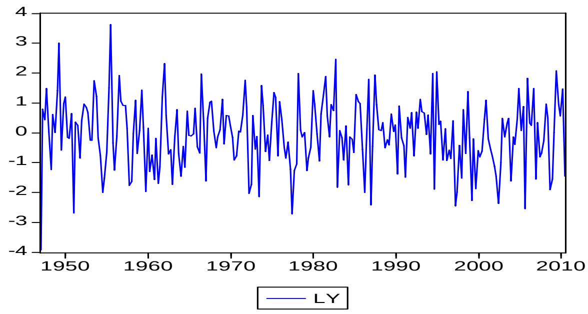


Figura 3. *Evoluția lnY*

Obținem următoarele rezultate:

$$\Delta Y_t = 0{,}020348 + (-0{,}01768)\, Y_{t-1} + 0{,}353951 \Delta Y_{t-1}$$

t = (2.407469) (-1.817024) (6.020099)

R^2 =0.146846 d = 2.062047

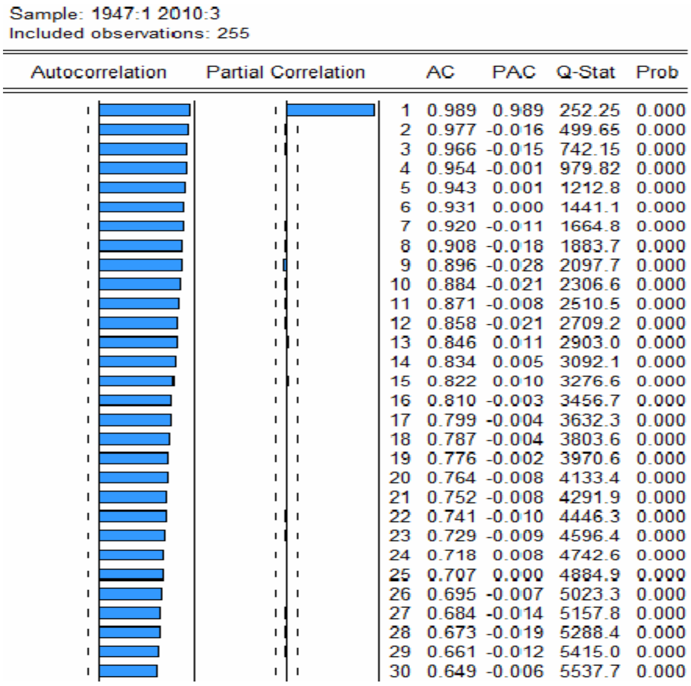
Principalul nostru interes constă în valoarea lui t ($= \tau$) a coeficientului lui Y_{t-1}. Întrucât $\hat{\tau}$ = -1,82, iar τ_{crt} = -2,87 pentru pragul de încredere de 5% (τ >0,05) nu putem respinge ipoteza nulă RW.

Prin urmare, seria de timp este *nestaționară*; respectiv conține o rădăcina unitate. Această afirmație este susținută și de ρ-value (0,3717) asociat lui t-statistic, care este mai mare decât 0,005.

- *Funcția de autocorelație (ACF) şi corelograma*

Tabelul 1a

Corelograma GDP, SUA, 1947 (I) – 2010 (III)



Sample: 1947:1 2010:3
Included observations: 255

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.989	0.989	252.25	0.000
2	0.977	-0.016	499.65	0.000
3	0.966	-0.015	742.15	0.000
4	0.954	-0.001	979.82	0.000
5	0.943	0.001	1212.8	0.000
6	0.931	0.000	1441.1	0.000
7	0.920	-0.011	1664.8	0.000
8	0.908	-0.018	1883.7	0.000
9	0.896	-0.028	2097.7	0.000
10	0.884	-0.021	2306.6	0.000
11	0.871	-0.008	2510.5	0.000
12	0.858	-0.021	2709.2	0.000
13	0.846	0.011	2903.0	0.000
14	0.834	0.005	3092.1	0.000
15	0.822	0.010	3276.6	0.000
16	0.810	-0.003	3456.7	0.000
17	0.799	-0.004	3632.3	0.000
18	0.787	-0.004	3803.6	0.000
19	0.776	-0.002	3970.6	0.000
20	0.764	-0.008	4133.4	0.000
21	0.752	-0.008	4291.9	0.000
22	0.741	-0.010	4446.3	0.000
23	0.729	-0.009	4596.4	0.000
24	0.718	0.008	4742.6	0.000
25	0.707	0.000	4884.9	0.000
26	0.695	-0.007	5023.3	0.000
27	0.684	-0.014	5157.8	0.000
28	0.673	-0.019	5288.4	0.000
29	0.661	-0.012	5415.0	0.000
30	0.649	-0.006	5537.7	0.000

Coeficienții de autocorelație pornesc de la valori foarte ridicate – $\hat{\rho}_1 = 0{,}989$, $\hat{\rho}_2 = 0{,}977$, …, $\hat{\rho}_5 = 0{,}943$ – şi descresc foarte lent; astfel seria de timp GDP este *nestaționară*.

Întrucât *testele statistice* aplicate au concluzionat că seria de timp analizată este *nestaționară*, prima transformare constă în diferențierea de ordinul I a seriei lnY.

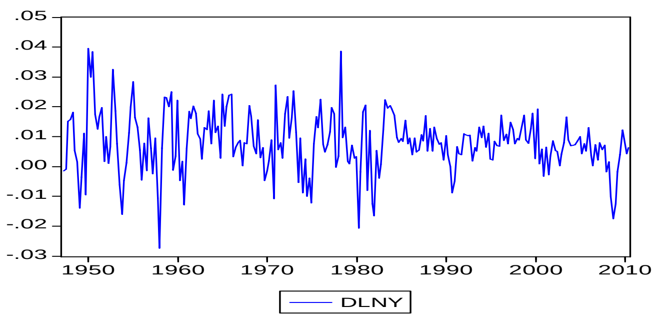


Figura 5. *Seria* $\ln Y_{t-1}$

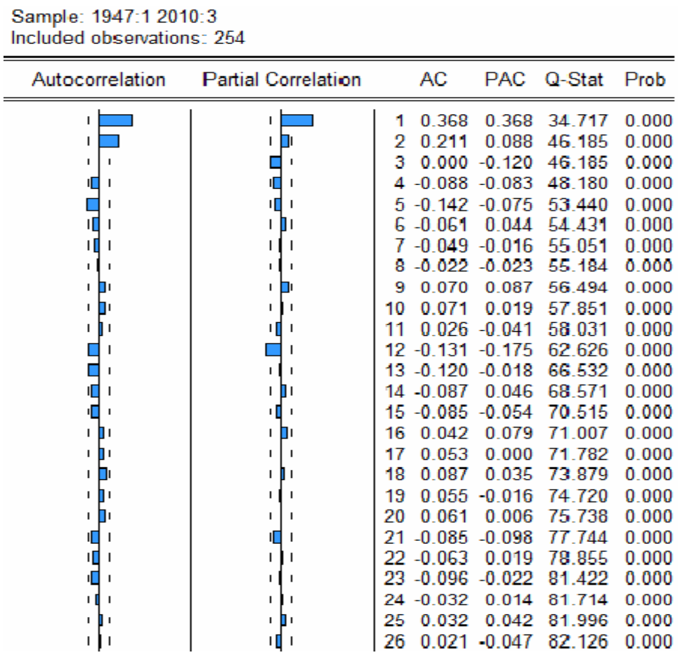
$$\Delta Y_t = 0.005049 - 0.632433 \Delta Y_{t-1}$$
t = (6,783151) (-10,79566)
R^2 = 0,317093 d = 2,068089

Valoarea critică DF (τ) 1% este -3,456093; întrucât τ < 0,01, decidem că putem să *respingem ipoteza nulă RW* (H_0: γ = 0). Astfel, prima diferențiere a seriei de timp GDP este staționară, respectiv seria de timp este I(1).

Din corelograma primei diferențieri a seriei de timp observăm că valorile coeficienților de autocorelație – $\hat{\rho}_1 = 0{,}368, \hat{\rho}_2 = 0{,}211, \hat{\rho}_3 = 0{,}000, \hat{\rho}_4 = -0{,}008,$ $\hat{\rho}_5 = -0{,}142$ –, descresc într-un ritm rapid, astfel că după primul lag este posibil ca procesul autoregresiv să aibă o componentă AR de ordin p = 1.

Tabelul 1b

Corelograma primei diferențieri a seriei de timp


Sample: 1947:1 2010:3
Included observations: 254

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.368	0.368	34.717	0.000
		2	0.211	0.088	46.185	0.000
		3	0.000	-0.120	46.185	0.000
		4	-0.088	-0.083	48.180	0.000
		5	-0.142	-0.075	53.440	0.000
		6	-0.061	0.044	54.431	0.000
		7	-0.049	-0.016	55.051	0.000
		8	-0.022	-0.023	55.184	0.000
		9	0.070	0.087	56.494	0.000
		10	0.071	0.019	57.851	0.000
		11	0.026	-0.041	58.031	0.000
		12	-0.131	-0.175	62.626	0.000
		13	-0.120	-0.018	66.532	0.000
		14	-0.087	0.046	68.571	0.000
		15	-0.085	-0.054	70.515	0.000
		16	0.042	0.079	71.007	0.000
		17	0.053	0.000	71.782	0.000
		18	0.087	0.035	73.879	0.000
		19	0.055	-0.016	74.720	0.000
		20	0.061	0.006	75.738	0.000
		21	-0.085	-0.098	77.744	0.000
		22	-0.063	0.019	78.855	0.000
		23	-0.096	-0.022	81.422	0.000
		24	-0.032	0.014	81.714	0.000
		25	0.032	0.042	81.996	0.000
		26	0.021	-0.047	82.126	0.000

Aplicarea procedurii Box-Jenkins ține seama de valoarea parametrului *d*, egală cu ordinul de diferențiere aplicat seriei inițiale pentru a obține o *serie staționară*.

Întrucât $\Delta \ln Y_t$ este staționară, seria $\ln Y_t$ este $I(1)$, respectiv *d =1*.

În vederea determinării *p* și *q* estimăm parametrii modelului prin OLS; rezultatele estimării sunt prezentate în tabelul de mai jos.

Tabelul 2a

Rezultatele modelelor estimate pentru seria de timp GDP

	Eq1	Eq2	Eq3	Eq4
c	0,007984	0,008025	0,007999	0,008012
ar(1)	0,367567	0,332860	0,485481	-0,218832
ar(2)		0,088608		0,302587
ma(1)			-0,134935	0,557360
AIC	-6,520910	-6,518205	-6,51786	-6,520263
SCI	-6,492978	-6,476188	-6,47596	-6,464240
DW	2,068089	1,967281	2,020407	1,981934

Dintre modelele concurente alegem modelul Eq3, ARIMA(1,1,1), ce admite următoarea reprezentare:

$$Y_t = 0{,}007999 + 0{,}485481\,Y_{t-1} - 0{,}134935\,e_t$$

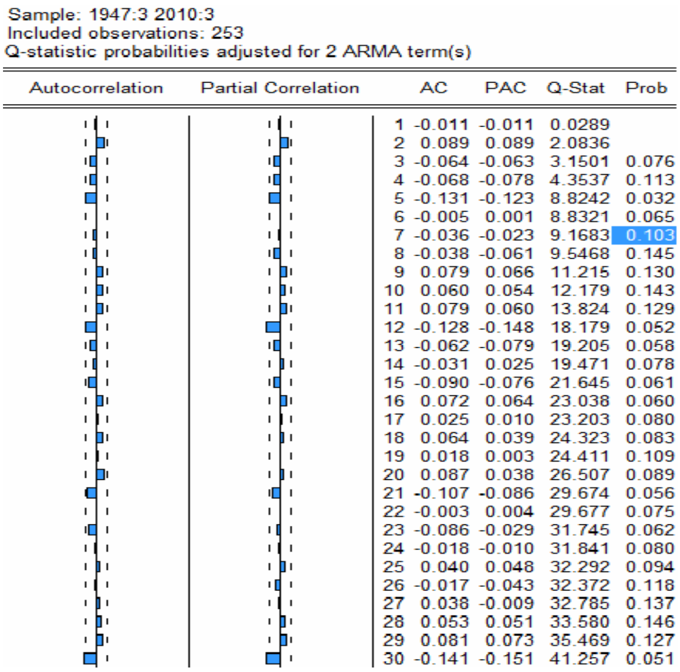
Alegerea modelului ARIMA s-a făcut ţinând cont de: a) criteriile clasice (*R-pătrat ajustat, testul F*); b) indicatorii ce au la bază teoria informaţiei (*criteriul Akaike şi Schwartz*).

Pentru testarea validităţii am analizat:

- *autocorelarea rezidurilor*: pentru modelul autoregresiv definit prin Eq3 se verifică faptul că seria rezidurilor nu prezintă autocorelaţie; respectiv nu este nevoie să mai testăm un alt model ARIMA.

Tabelul 2b

AC, ACP and Q-stat pentru Eq3


Sample: 1947:3 2010:3
Included observations: 253
Q-statistic probabilities adjusted for 2 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.011	-0.011	0.0289	
		2	0.089	0.089	2.0836	
		3	-0.064	-0.063	3.1501	0.076
		4	-0.068	-0.078	4.3537	0.113
		5	-0.131	-0.123	8.8242	0.032
		6	-0.005	0.001	8.8321	0.065
		7	-0.036	-0.023	9.1683	0.103
		8	-0.038	-0.061	9.5468	0.145
		9	0.079	0.066	11.215	0.130
		10	0.060	0.054	12.179	0.143
		11	0.079	0.060	13.824	0.129
		12	-0.128	-0.148	18.179	0.052
		13	-0.062	-0.079	19.205	0.058
		14	-0.031	0.025	19.471	0.078
		15	-0.090	-0.076	21.645	0.061
		16	0.072	0.064	23.038	0.060
		17	0.025	0.010	23.203	0.080
		18	0.064	0.039	24.323	0.083
		19	0.018	0.003	24.411	0.109
		20	0.087	0.038	26.507	0.089
		21	-0.107	-0.086	29.674	0.056
		22	-0.003	0.004	29.677	0.075
		23	-0.086	-0.029	31.745	0.062
		24	-0.018	-0.010	31.841	0.080
		25	0.040	0.048	32.292	0.094
		26	-0.017	-0.043	32.372	0.118
		27	0.038	-0.009	32.785	0.137
		28	0.053	0.051	33.580	0.146
		29	0.081	0.073	35.469	0.127
		30	-0.141	-0.151	41.257	0.051

Tabelul 2c

Corelograma reziduurilor modelul ARIMA

Sample: 1947:3 2010:3
Included observations: 253
Q-statistic probabilities adjusted for 2 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.125	0.125	4.0284	
		2	0.170	0.156	11.424	
		3	0.022	-0.017	11.546	0.001
		4	0.154	0.132	17.667	0.000
		5	0.018	-0.014	17.750	0.000
		6	0.039	-0.004	18.149	0.001
		7	-0.007	-0.010	18.162	0.003
		8	0.101	0.084	20.862	0.002
		9	0.087	0.074	22.844	0.002
		10	-0.024	-0.077	22.995	0.003
		11	0.139	0.143	28.177	0.001
		12	0.122	0.091	32.179	0.000
		13	0.046	-0.043	32.741	0.001
		14	0.060	0.051	33.706	0.001
		15	0.123	0.092	37.827	0.000
		16	-0.022	-0.098	37.954	0.001
		17	0.049	0.018	38.621	0.001
		18	-0.029	-0.013	38.856	0.001
		19	0.047	0.007	39.462	0.002
		20	0.066	0.046	40.650	0.002
		21	0.071	0.054	42.033	0.002
		22	-0.035	-0.066	42.381	0.002
		23	0.013	-0.059	42.431	0.004
		24	0.039	0.055	42.867	0.005
		25	0.024	0.008	43.024	0.007
		26	-0.032	-0.093	43.309	0.009
		27	0.035	0.069	43.656	0.012

- *homoscedasticitatea seriei reziduurilor*: fenomenul nu este prezent la nivelul corelogramei seriei reziduurilor.
- *distribuția seriei reziduurilor*: valoarea statisticii Jarque-Berra sugerează o repartiție normală din punct de vedere al asimetriei şi al aplatizării.

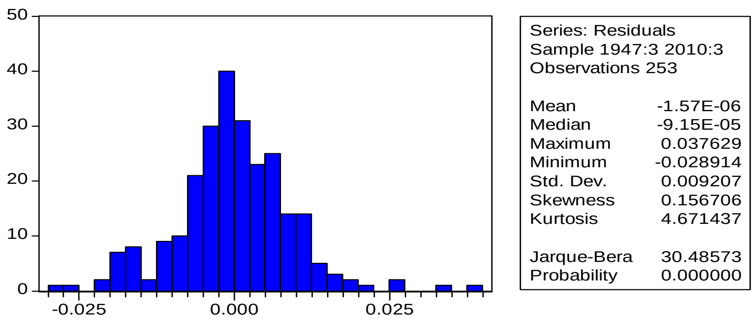


Figura 9. *Testul Jarque Berra pentru Eq3*

Seria de timp analizată Y_t, inițial nestaționară, a fost transformată într-una staționară după aplicarea celor două transformări, respectiv: logaritmarea şi diferențierea de ordinul I. Utilizând procedura Box-Jenkins am obținut un model de tip ARIMA (1,1,1). Validitatea modelului estimat a fost justificată pe baza lui R – pătrat ajustat, testului F, indicatorilor Akaike şi Schwartz, testelor statistice şi previziunii.

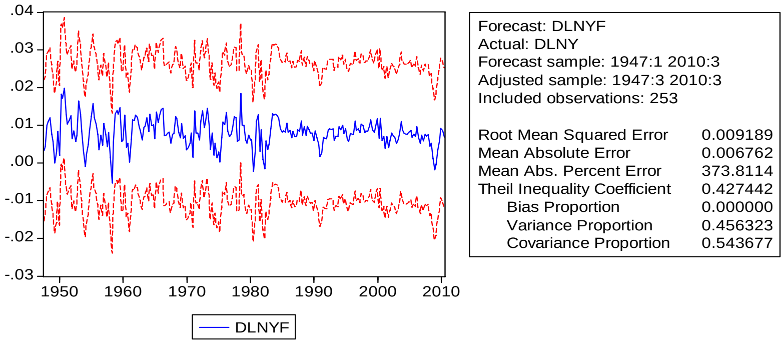


Figura 10. *Previziunea GDP folosind modelul Eq3*

Ținând cont de valoarea funcției de pierdere (0,009189), previziunea seriei de timp analizată este exactă pentru un prag de semnificație de 5% şi pentru modelul autoregresiv de forma ARIMA (1,1,1).

Având în vedere valoarea scăzută a lui R^2, 13,9%, putem folosi cu rezervă valorile anterioare ale seriei pentru a realiza predicții cu un grad ridicat de acuratețe.

Bibliografie

Andrei, T., Bourbonnais, R. (2008). *Econometrie*, Editura Economică, Bucureşti

Asteriou D., Hall, S. (2011). *Apllied Econometrics*, Palgrave Macmillan

Gujarati (2004). *Basic Econometrics*, 4th Edition, The McGraw-Hill Companies

*** www.bea.gov, US Departement of Commerce, Bureau of Economic Analysis, National Economic Accounts