

Ajustarea metodei VaR cu distribuția empirică a randamentelor

Radu Lupu

Asistent universitar doctor

Academia de Studii Economice București

Abstract. *Basel II Recommendations concerning internal rating based models approach for financial institutions and the success of RiskMetrics made Value-at-Risk (VaR) is the most important risk measurement instrument at international level. The objective of this paper is to address the problem of adapting this method to the statistical properties of the returns for portfolios that include derivatives in the form of options too. We assume that the returns for the analyzed portfolios are not normally distributed. The methodologies presented are the ones used to capture the percentile when returns follow the features of the empirical distributions reviewed in Cont (2001).*

Key words: Value at Risk; Cornish-Fisher approximation; Gram-Charlier expansion; backtesting; stress testing.

Ce este Valoarea la Risc (*Value-at-Risk* - VaR)?

VaR are rolul de a determina riscul total al unui portofoliu de active financiare sintetizat într-un singur număr. A devenit din ce în ce mai mult folosit de către trezorerii corporațiilor, managerii fondurilor de investiții, precum și de toate instituțiile financiare, în general.

Abordarea VaR reprezintă o metodologie de măsurare a riscului. Conceptul nu este nou. De fapt, multe instituții financiare din întreaga lume foloseau proceduri asemănătoare cu valoarea la risc (bani la risc sau dolari la risc, cum erau numite anterior). Totuși, abordarea sistemică a conceptului VaR a fost adusă în atenția lumii financiare de Grupul celor 30 (*engl.* Group of Thirty (G30)) în lucrarea *Recomandări pentru principiile și practicile derivatelor (Recommendations for Derivatives Practices and Principles)* publicată în iulie 1993.

Așa cum este folosit azi, VaR are ca obiectiv măsurarea riscului de piață, deși au fost făcute propuneri pentru implementarea aceluiași concept pentru măsurarea riscului de credit și riscului operațional.

Pe scurt, VaR este o estimare statistică ce măsoară, pentru un anumit interval de încredere (de obicei între 90 și 99%, dar cel mai des 95%), valoarea unei sume (de

exemplu 5 milioane), într-o anumită monedă (exemplu – dolari americani) pe care un portofoliu sau o organizație o poate pierde într-o anumită perioadă de timp (de exemplu 10 zile) datorită modificării prețului de piață pentru activele avute în vedere. Orizontul de timp posibil poate fi de o zi pentru cele mai multe poziții de tranzacționare, de o lună sau mai mult pentru investițiile de portofoliu.

VaR a devenit semnificativ pentru că reprezintă primul efort colectiv al participanților de pe piață pentru a crea o abordare standardizată a riscurilor activelor, indiferent dacă este pentru un anumit activ, un portofoliu sau întregul bilanț al organizației. Totuși, este important să subliniem faptul că VaR este doar o estimare statistică, bazată pe distribuția unor serii de date istorice. Modelul matematic își are sens în gestiunea riscului pentru că propune realizarea unor estimări de distribuție și nu de punct, de semnalare (abordarea este diferită de analiza așa-zis *chartistă*, care caută „tipare” în evoluția prețurilor pentru identificarea unor semnale de cumpărare sau vânzare). Value at Risk este un instrument care valorifică estimările statistice furnizând o probabilitate estimată a randamentelor negative posibile.

Performanța metodei VaR

Cont (2001) identifică mai multe proprietăți statistice generale ale randamentelor activelor financiare reliefând caracterul lor non-gaussian: absența autocorelațiilor, probabilități ridicate pentru evenimente extreme, asimetria distribuției, deviație standard mare în raport cu media (randamente zilnice virtuale negative), dispersia are autocorelație semnificativă (dependența volatilității actuale de volatilitățile trecute).

În lumina acestor caracteristici ale distribuției randamentelor și a noilor modele construite în scopul determinării unor prețuri mai corecte, devine necesară analizarea performanței principiului de evaluare a riscului VaR. Dacă randamentele evoluează ca în trecut și distribuția nu este normală atunci aplicarea metodei parametrice poate duce la subestimarea VaR-ului. Este nevoie, prin urmare, fie de folosirea unor modele de evoluție a randamentelor care să răspundă proprietăților statistice ale randamentelor, fie de aplicarea unor metode parametrice care să folosească informația furnizată de istoricul randamentelor. Vom prezenta, în continuare, modalitățile de amendare a mijloacelor de calculare a VaR.

Liniaritatea

Modelul principal de calculare a Valorii la Risc se axează pe ipoteza că, cu ajutorul dispersiei, se poate determina valoarea portofoliului expusă la risc. Deși există proceduri de simulare prin care putem să relaxăm această ipoteză, sunt multe situațiile în care este necesară calcularea unei Valori la Risc „brute” prin folosirea modelului liniar (procedura parametrică) datorită simplității formulei. Atunci când portofoliul conține și opțiuni, aproximarea este periculoasă. Dacă $f(y)$ este prețul unui produs derivat și y este activul de bază, atunci, pentru modificări mici ale prețului activului, vom putea folosi polinomul Taylor până la prima derivată cu $x = 0$ (în jurul lui 0).

$$f(x+y) \approx f(x) + \frac{\partial f(y)}{\partial y}$$

Astfel, putem construi un hedging contra evoluțiilor produsului derivat prin luarea unei poziții fixe pe activul de bază de dimensiunea coeficientului delta al opțiunii. Vom vedea că dacă produsul derivat este un contract *forward*, atunci folosirea lui delta este exactă deoarece *forward*-ul este o funcție liniară de activul de bază. În cazul unei opțiuni *call* folosirea coeficientului delta va duce la subestimarea Valorii la Risc (pentru opțiunile *put* va determina supraestimarea VaR-ului).

Mai exact, să presupunem că deținem un portofoliu format din opțiuni pe același activ de bază S și știm că $\Delta P = \delta \Delta S$ ignorând eroarea de aproximare. Putem nota cu $\Delta x = \frac{\Delta S}{S}$ randamentul activului de bază. Atunci,

$\Delta P = S \delta \Delta x$ și, pentru mai multe active de bază, vom avea

$$\Delta P = \sum_{i=1}^n S_i \delta_i \Delta x_i = \sum_{i=1}^n \alpha_i \Delta x_i, \text{ unde } \alpha_i = S_i \delta_i. \text{ Pentru calcularea Valorii la Risc este de ajuns să calculăm deviația standard a modificării valorii portofoliului, notată cu } \Delta P.$$

Ulterior vom înmulți coeficientul aferent unei percentile de $p\%$ cu deviația standard pentru a obține VaR.

Ne interesează, însă, pentru calcularea VaR, să înțelegem modul în care gestionăm modificările de mare amploare pentru care aproximarea prin coeficientul delta este mult prea restrictivă. Vom folosi, prin urmare, o aproximare cu polinomul Taylor de ordinul al doilea:

$$f(x+y) \approx f(y) + \frac{\partial f(y)}{\partial y} x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f(y)}{\partial y^2} x^2,$$

unde știm că $\frac{\partial^2 f(y)}{\partial y^2}$ este coeficientul gama al opțiunii și

măsoară curbura graficului prețului opțiunii ca funcție de prețul activului de bază. Când coeficientul gama al portofoliului este diferit de 0, distribuția de probabilitate a valorii portofoliului nu este normală și forma ei este determinată de semnul lui gama. VaR presupune cunoașterea părții stângi a distribuției (*left tail*). Dacă gama este pozitiv atunci distribuția valorii portofoliului are o „coadă la stânga” mai subțire decât distribuția normală, în timp ce pentru un coeficient gama negativ distribuția are o „coadă la stânga” mai groasă decât distribuția normală. Știm că gama este mic pentru opțiunile mult „în bani” și pentru opțiunile mult „în afara banilor” și are valorile cele mai mari pentru opțiunile „la bani” pentru care folosirea numai a coeficientului delta este nerealistă.

Dacă vom considera abordarea delta-gama pentru aproximarea modificărilor în valoarea portofoliului de opțiuni pe un singur activ S , atunci putem scrie că:

$$\begin{aligned} \Delta P &= \delta \Delta S + \frac{1}{2} \gamma (\Delta S)^2 = \\ &= S \delta \Delta x + \frac{1}{2} S^2 \gamma (\Delta x)^2 \end{aligned}$$

Din moment ce ΔP depinde de pătratul randamentelor $(\Delta x)^2$ atunci este evident că distribuția modificărilor de valoare a lui P nu este normală chiar și atunci când randamentele Δx sunt presupuse ca fiind normal distribuite. Putem observa că, în cazul în care $\Delta x \sim N(0, \sigma^2)$, atunci primele trei momente ale distribuției sunt:

$$\begin{aligned} E(\Delta P) &= \mu \Delta P = \frac{1}{2} S^2 \gamma \sigma^2 \\ E[(\Delta P)^2] &= S^2 \delta^2 \sigma^2 + \frac{3}{4} S^4 \gamma^2 \sigma^4 \\ E[(\Delta P)^3] &= \frac{9}{2} S^4 \delta^2 \gamma \sigma^4 + \frac{15}{8} S^6 \gamma^3 \sigma^6 \end{aligned}$$

Aceste valori ale momentelor pot fi introduse în formula dispersiei – deviația standard a modificărilor valorilor portofoliului va fi:

$$\sigma_{\Delta P} = \sqrt{E[(\Delta P)^2] - [E(\Delta P)]^2},$$

iar coeficientul de asimetrie al distribuției poate fi calculat ca fiind

$$sk_{\Delta P} = \frac{1}{\sigma_{\Delta P}^3} E[(\Delta P - \mu_{\Delta P})^3].$$

Cu ajutorul acestor rezultate se poate obține Valoarea la Risc pentru un factor de încredere de $p\%$ după formula liniară:

$$\mu_{\Delta P} + w\sigma_{\Delta P},$$

unde, pentru o evaluare corectă, vom calcula w prin folosirea polinomului Cornish-Fisher pentru a determina percentila p a distribuției.

Percentila Cornish-Fisher poate fi văzută ca o folosire a polinomului Taylor în jurul distribuției normale. Cuantila p poate fi găsită după formula

$$CF_p^{-1} = \Phi_p^{-1} + \frac{\zeta_1}{6} [(\Phi_p^{-1})^2 - 1] + \frac{\zeta_2}{24} [(\Phi_p^{-1})^3 - 3\Phi_p^{-1}] - \frac{\zeta_1^2}{36} [2(\Phi_p^{-1})^3 - 5\Phi_p^{-1}],$$

unde Φ_p^{-1} este funcția inversă de repartiție care găsește valoarea variabilei aleatoare pentru care la stânga avem $p\%$ din distribuție. Observăm că dacă pentru distribuția analizată coeficienții de asimetrie și de aplatizare sunt 0 ($\zeta_1 = \zeta_2 = 0$), atunci percentila este chiar cea aferentă distribuției normale (al doilea, al treilea și al patrulea termen sunt 0).

Valorile luate de coeficientul gama ne pot spune ce fel de erori facem atunci când folosim distribuția normală pentru calcularea VaR-ului în loc de procedura prezentată aici. După cum am mai spus, dacă gama este pozitiv, atunci folosirea modelului delta-gama pentru estimarea valorii la risc are ca efect o coadă stângă a distribuției mai subțire decât cea normală. Observăm că un gama pozitiv duce la o valoare mai mare a coeficientului de asimetrie (*skewness*) – o valoare pozitivă a acestuia duce la o coadă lungă spre dreapta și una mai scurtă la stânga, ceea ce înseamnă că, la stânga, este posibil ca distribuția normală să aibă o coadă mai groasă și atunci VaR-ul produs de distribuția impusă de metoda delta-gama tinde să fie mai mic decât cel real. Evident că o valoare negativă a coeficientului gama poate duce la un coeficient de asimetrie negativ, deci o coadă mai groasă decât normala, ceea ce ar duce la o supraevaluare a VaR-ului prin metoda delta-gama.

Normalitatea

După cum am văzut în secțiunea anterioară, metoda delta-gama duce la o distribuție a modificărilor valorilor portofoliului care conține opțiuni diferită de situația în care randamentele activului de bază sunt presupuse a fi normal distribuite. Mai mult decât atât, proprietățile statistice ale randamentelor istorice au arătat că distribuția lor empirică are un coeficient de asimetrie negativ și un coeficient de aplatizare mai mare decât 3 mai ales pentru observațiile săptămânale și zilnice, care sunt de interes pentru managerii de risc interesați de calcularea VaR-ului. Este de așteptat ca nonnormalitatea randamentelor activului de bază să ducă la lipsa normalității portofoliului.

Problema nonnormalității poate fi soluționată prin folosirea unei distribuții care să reflecte cât mai corect proprietățile statistice ale randamentelor portofoliului. Seriile Gram-Charlier pot ajuta la implementarea unei astfel de metode. Această procedură constă în aproximarea distribuției empirice cu ajutorul unui polinom (asemănător principiului polinomului Taylor) în jurul distribuției normale. Se folosesc valorile estimate ale coeficientului de asimetrie și coeficientului de aplatizare pentru a se găsi o astfel de distribuție. Calcularea Valorii la Risc presupune în acest caz determinarea percentilei.

Pe de altă parte, având în vedere faptul că VaR-ul constă în estimarea evenimentelor extreme negative, cele mai multe eforturi s-au canalizat asupra modelării părții stângi a distribuției. Aceste eforturi s-au standardizat într-un set de analize cunoscute sub denumirea de Teoria Valorilor Extreme (*Extreme Value Theory*).

Volatilitate și corelație constantă

Modelul principal de determinare a VaR-ului (metoda parametrică) presupune o volatilitate constantă – randamente homoscedastice. Pentru analizele zilnice, după cum am observat din proprietățile statistice ale randamentelor, deviația standard se modifică și depinde de valorile trecute – fenomenul de *volatility clustering*. Pentru a putea reprezenta matematic acest efect se pot folosi modelele RiskMetrics și GARCH. Pentru a putea rezolva problema variației volatilității în timp, calculul Valorii la Risc presupune estimarea volatilității pentru perioada de deținere a portofoliului – perioada pentru care ne interesează să calculăm riscul. Cele două modele pot fi folosite pentru aceste estimări.

Dificultatea intervine atunci când în portofoliu avem un număr n mare de active, deoarece alături de volatilitate (sau dispersie) este necesară estimarea a $n(n-1)$ coeficienți de corelație între cele n active din portofoliu. Câteodată managerii portofoliilor recurg la folosirea unor factori de

risc care explică cel mai bine modificările de valoare ale portofoliului. Acești factori pot fi: seria temporală a randamentelor pieței (indicelui), modificările procentuale ale cursului de schimb sau evoluția ratelor de dobândă din piață. Dacă putem construi o regresie în care variabila dependentă este randamentul portofoliului și variabilele explicative sunt factorii de risc, atunci putem estima deviația standard a portofoliului:

$$\Delta P = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_m X_m,$$

unde X reprezintă factorii de risc și beta sunt coeficienții regresiei. Deviația standard a modificărilor în valoarea portofoliului va fi:

$$\sigma_{\Delta P, t+1} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \beta_i \beta_j \tilde{\rho}_{ij, t+1} \tilde{\sigma}_{i, t+1} \tilde{\sigma}_{j, t+1}},$$

parametrii putând fi estimați din regresie. Putem spune că VaR-ul portofoliului la 1% nivel de încredere pentru o zi va fi $-2,33\sigma_{\Delta P, t+1}$.

Testarea istorică (*backtesting*)

Este deseori necesară cunoașterea modului în care Valoarea la Risc estimată din datele istorice reușește să prognozeze realitatea. Cu alte cuvinte, suntem interesați de o testare a modelului „în afara eșantionului” (*out of sample*). După ce am estimat VaR conform unor date istorice, merită să vedem dacă modelul a reușit să își îndeplinească menirea, respectiv dacă randamentele au scăzut și s-au înregistrat pierderi mai mari decât VaR în $p\%$ din cazuri. Dacă au fost pierderi mai mari decât VaR vom spune că VaR-ul a fost subestimat, dacă pierderile au fost mai mici decât VaR atunci vom spune că VaR a fost supraestimat. Această procedură de evaluare a performanței modelelor de risc se numește *backtesting*. O modalitate des folosită pentru analiza performanței VaR-ului este împărțirea perioadei în două părți – prima parte va fi folosită pentru estimare, iar cea de-a doua pentru testarea modelului. Mai concret, să presupunem că avem un eșantion de 2.000 de observații zilnice și obiectivul nostru este să calculăm un VaR pentru 5 zile la $p\%$. Vom folosi primele 1.000 de observații pentru aproximarea puterii de previziune a distribuției pentru o perioadă de 5 zile pentru observațiile de la 1.001 până la 1.005 și vom calcula VaR după una din metodele precizate. Vom calcula apoi randamentele pentru 5 zile între observația 1.001 și observația 1.005 și vom vedea dacă se află deasupra sau sub Valoarea la Risc estimată.

Pentru o mai bună numărare a reușitelor și eșecurilor putem construi o funcție indicator de o variabilă h , care va lua valoarea 1 dacă randamentul este mai mic decât VaR și 0 dacă este mai mare decât VaR.

În continuare vom extinde analiza pentru observațiile de la 1.002 la 1.006 prin includerea observației 1.001 în eșantionul de evaluare a VaR-ului și realizăm din nou testarea modelului (vom obține 1 dacă randamentul este mai mic decât VaR-ul estimat și 0 pentru un randament mai mare decât VaR-ul). Vom continua să includem observații în eșantionul de estimare a VaR-ului până la observația 1.995. Variabila h va avea o distribuție Bernoulli (binomială) din care vom fi observat 995 de realizări. Media lui h ne va furniza o proporție empirică a pierderilor reale care depășesc VaR-ul. Pentru a putea testa dacă media este egală cu p se poate construi un test bazat pe valoarea verosimilității celor două modele (primul în care avem o medie estimată și cel de-al doilea în care avem o valoare p). Testul se numește *likelihood ratio* (rata verosimilităților), unde verosimilitatea se bazează pe funcția de probabilitate binomială. Testul este construit astfel încât să aibă o distribuție cunoscută – în cazul nostru este vorba de distribuția χ^2 . Dacă valoarea testului depășește valoarea critică (de exemplu 2,7055 la 10%) atunci testul invalidează modelul VaR – rata de eșecuri este mai mică sau mai mare decât procentul cu care a fost calculata Valoarea la Risc, estimarea modelului de risc este incorectă.

Testarea la condiții extreme (*stress testing*)

Datorită constrângerilor generate de administrarea portofoliilor formate din multe active, managerii de risc lucrează de multe ori cu eșantioane mici de date (estimarea modelelor se face cu puține date), ceea ce poate genera probleme serioase dacă istoricul de date folosit nu este un bun mijloc de estimare a ceea ce se va întâmpla în viitor. Datele folosite pot fi lipsite de un eveniment extrem care se poate întâmpla în viitor.

Pentru a rezolva această problemă poate fi folositoare o generare de scenarii extreme (artificiale) ale principalilor factori care afectează randamentele portofoliului pentru a putea evalua comportamentul modelelor de risc în aceste situații. Procedura se numește *stress testing* deoarece se realizează o presiune asupra modelului de risc prin expunerea sa la situațiile extreme.

Problemele principale în folosirea acestei proceduri constau în interpretarea rezultatelor obținute din modelul de risc în urma testului și crearea scenariilor.

Rezultatele obținute în urma acestei testări nu furnizează același tip de informații ca VaR. Decizia de reechilibrare a portofoliului (alegerea unor noi ponderi) ca urmare a unui VaR mare presupune cunoașterea unei probabilități (probabilitatea ca randamentele să fie mai mici sau egale cu VaR). Testarea la condițiile extreme nu furnizează informații folositoare deciziei de reechilibrare a portofoliului dacă nu cunoaștem probabilitățile de

realizare a situațiilor extreme – managerul de risc poate să exagereze în sensul acordării unei probabilități mai mari unui eveniment care poate apărea cu o probabilitate mică și invers.

Pe de altă parte, dacă se găsește o modalitate de atribuire de probabilități pentru evenimentele extreme atunci *stress testing*-ul poate fi folositor. Să considerăm, de exemplu, un scenariu extrem pe care îl definim ca fiind o funcție de distribuție f_{stres} definită pe vectorul randamentelor factorilor de risc. Putem simula un vector de randamente ale factorului de risc folosind modelul de risc și pe care îl putem denumi f . În același timp putem simula din distribuția scenariilor f_{stres} . Dacă vom acorda o probabilitate α unei extrageri din distribuția scenariilor care se vor manifesta, atunci putem combina cele două distribuții sub forma

$$f(x) = \begin{cases} f(x), & \text{cu prob } (1 - \alpha) \\ f_{stres}(x), & \text{cu prob } \alpha \end{cases}$$

Pentru a simula date din distribuția combinată va fi nevoie să extragem o variabilă aleatoare din distribuția uniformă. Dacă valoarea extrasă este mai mare decât atunci vom extrage un randament din distribuția f , dacă este mai mică decât , atunci vom extrage un randament din distribuția f_{stres} . Distribuția combinată poate fi utilizată ușor pentru a genera mai multe scenarii, fiecare având o probabilitate de apariție stabilită înainte.

Observăm că, prin simularea distribuției combinate, vom constitui practic o nouă mulțime de date care reflectă atât istoricul, cât mai ales viziunea noastră cu privire la eșecul istoricului de a prognoza situațiile viitoare. Aceste probleme ale istoricului sunt rezolvate prin includerea scenariilor cu evenimente extreme în mulțimea datelor folosite pentru estimări.

Datele obținute pot fi ulterior folosite pentru calculul VaR prin utilizarea modelului de risc potrivit. Dacă valoarea găsită este considerată a fi prea mare atunci se va lua decizia de reechilibrare a portofoliului. Prin urmare, decizia se va lua prin considerarea atât a randamentelor aferente scenariilor cu evenimente extreme, cât și a probabilităților acestor scenarii.

Folosirea probabilității permite și folosirea testelor istorice (*backtesting*) prin folosirea distribuției combinate. Dacă modelul de risc are prea multe eșecuri (randamentele realizate sunt mai mari sau mai mici decât randamentele aferente VaR) atunci acesta este un semnal pentru reconstruirea modelului de risc. În ultimă instanță, merită precizat și faptul că managerul de risc poate folosi datele simulate pentru estimarea modelului de risc.

După cum am precizat, problema principală este găsirea unei modalități eficiente de generare a scenariilor. Este necesară construirea unui set de scenarii care să varieze în

funcție de tipul portofoliului care trebuie administrat și de randamentele factorilor de risc folosiți. Christoffersen (2003) precizează câteva principii care pot fi folosite de către managerul de risc:

- *Simularea de șocuri care sunt mai probabile decât cele sugerate de randamentele istorice.* De exemplu, randamentele din perioada imediat anterioară pot să conțină câteva zile cu dispersie mare, dar, de obicei, randamentele trecute sunt destul de „liniștite” (deoarece evenimentele negative de mare amploare se manifestă rar). În aceste condiții zilele cu dispersie mare pot fi replicate (construite) prin procedura simulărilor din distribuția combinată.
- *Simularea de șocuri care nu au apărut niciodată, dar care ar putea să apară.* Datele trecute pot să nu conțină un crash bursier, dar acesta poate să apară.
- *Simularea de șocuri care să reflecte posibilitatea ca proprietățile statistice actuale să fie schimbate.* Datele folosite pot să nu prezinte o persistență a dispersiei (valorile mari ale dispersiei sunt urmate tot de valori mari) așa cum se poate observa din proprietățile statistice ale randamentelor. Este important să luăm în calcul posibilitatea unor șocuri care să ducă la schimbarea proprietăților statistice observate într-un eșantion de mică valoare.
- *Simularea de șocuri care să reflecte modificări structurale.* Un exemplu ar fi decizia subită a unei flotări libere a unei anumite valute – cazul baht-ului thailandez care a declanșat criza asiatică în 1997.

Acest set de reguli poate fi folosit alături de experiențe de genul crizelor financiare care au avut loc în trecut – căderea indicilor bursieri în anumite momente (criza din 1987 a dus la o cădere a randamentului indicelui S&P 500 de 22,3 deviații standard), crize valutare, marea depresie din anii 1930 etc.

Concluzii

Lucrarea prezintă soluții de amendare a modalităților de folosire a Valorii la Risc pentru măsurarea riscului în condițiile în care randamentele provin dintr-o distribuție empirică pentru care cunoaștem cel puțin probabilistic primele patru momente centrale. Modelele construite sunt apoi testate la realitățile pieței astfel că, în partea a doua a lucrării, sunt prezentate modalitățile de testare a acestor metodologii. În sistemul de management al riscului promovat de Basel II, autoritatea monetară permite instituțiilor financiare să folosească modele interne pe care le amendează cu un multiplicator care este calculat în funcție de performanța acestor metode. Astfel, instituția financiară comunică VaR-ul calculat conform modelului propriu, iar autoritatea monetară urmărește (*back testing*)

performanța acestuia – o pierdere a instituției financiare pe perioada de raportare mai mare decât VaR-ul comunicat va duce la o creștere a multiplicatorului după cum o păstrare a pierderilor în grafic poate duce la o păstrare a

multiplicatorului. Implementarea acestui sistem în România va duce la necesitatea folosirii unor astfel de modele și la dezvoltarea sistemului de analiză a distribuțiilor empirice.

Bibliografie

Breeden, D., Litzenberger R., „Prices of State Contingent Claims Implicit in Options Prices”, *Journal of Business*, nr. 51, 1978

Cont, R., „Empirical Properties of Asset Returns: Stylized Facts and Statistical Issues”, *Quantitative Finance*, nr. 1, 2001

Christoffersen, P. (2003). *Elements of Financial Risk Management*, Academic Press

Hull, C. (2002). *Fundamentals of Futures and Options Markets*, Fourth Edition, Prentice Hall

Stulz, M., „Rethinking Risk Management”, *Journal of Applied Corporate Finance*, Bank of America, 2000

Tsay, R. (2002), „Analysis of Financial Time Series”, *Wiley Series in Probability and Statistics*

*** RiskMetrics Group (1999), „Risk Management. A Practical Guide”

***RiskMetrics Group (1999), „Technical Document”. Fourth Edition.