

## **Proprietăți ale criteriilor de selecție a proiectelor de investiții în mediul incert**

**Dan ARMEANU**

Academia de Studii Economice, București  
darmeanu@yahoo.com

**Adrian ENCIU**

Academia de Studii Economice, București  
secretariat@fin.ase.ro

**Dorina POANTA**

Institutul Bancar Roman  
dorina.poanta@ufb.ro

**Rezumat.** *În teoria și practica financiară se utilizează cinci criterii principale de selecție a proiectelor de investiții: criteriul valorii actuale nete (VAN), al ratei interne de rentabilitate (RIR), al termenului de recuperare (TR), al indicelui de profitabilitate (IP) și al rentabilității suplimentare (RS). Studiul va pune în evidență câteva proprietăți ale acestor indicatori de evaluare a investițiilor, având ca punct de plecare ipoteza repartiției (aproximativ) normale a cashflow-urilor generate de un proiect de investiții. Rezultatele obținute indică faptul că indicatorii VAN (analiza acestui criteriu a fost realizată în articolul "The NPV Criterion for Valuing Investments under Uncertainty", Daniel Armeanu, Leonard Lache, *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research* nr. 4/2009, pp. 133-143), RIR, IP, TR și RS urmează repartiții normale, ceea ce simplifică mult analiza investiției în mediul economic incert, prin posibilitatea construirii de intervale de încredere și a estimării de probabilități pentru limitele inferioare ale acestor indicatori de evaluare a investițiilor.*

**Cuvinte-cheie:** rata internă de rentabilitate; cashflow; rata de actualizare; mediu incert; repartiție normal; interval de încredere; speranța matematică; abaterea medie pătratică a valorii actualizate nete.

**Cod JEL:** G10.

**Coduri REL:** 11D, 11E.

În cadrul acestui articol ne propunem să testăm o proprietate a criteriilor de selecție a proiectelor de investiții, și anume normalitatea distribuției valorilor RIR, IP, TR și RS ale unui proiect de investiții în condiții de incertitudine și să determinăm probabilitatea ca proiectul respectiv să fie acceptat de către investitori și intervalele de încredere pentru acești indicatori cu diferite probabilități de apariție. În acest sens vom considera următorul scenariu pentru un proiect de investiții:

- valoarea inițială a investiției este  $I_0 = 1.000.000$  EUR;
- durata de exploatare a proiectului de investiții este  $N = 10$  ani;
- rata de actualizare utilizată este  $k = 12\%$ ;
- valoarea reziduală a investiției este nulă ( $VR = 0$ ).

Rata internă de rentabilitate reprezintă, prin definiție, acea valoare a ratei de actualizare (de scontare) pentru care valoarea actualizată netă a proiectului de investiții este egală cu zero. RIR rezultă ca soluție a ecuației de ordin superior:

$$\sum_{i=1}^n \frac{CFD_i}{(1+k)^i} - I_0 = 0 \quad (1)$$

Calculul RIR se bazează pe ipoteza că fluxurile de numerar viitoare pot fi reinvestite constant la această rată de rentabilitate, ipoteză puțin plauzibilă însă. În cazul proiectului nostru, valorile estimate ale cashflow-urilor disponibile generate de proiect sunt:

| St. nat. | $p_i$ | CFD  | CFD <sub>2</sub> | CFD <sub>3</sub> | CFD <sub>4</sub> | CFD <sub>5</sub> | CFD <sub>6</sub> | CFD <sub>7</sub> | CFD <sub>8</sub> | CFD <sub>9</sub> | CFD <sub>10</sub> |
|----------|-------|------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|
| 1        | 0,0   | 46.3 | 52.9             | 63.5             | 74.1             | 79.4             | 95.4             | 100.             | 76.7             | 70.2             | 52.9              |
| 2        | 0,0   | 80.2 | 91.7             | 110.             | 128.             | 137.             | 160.             | 174.             | 132.             | 123.             | 91.7              |
| 3        | 0,0   | 101. | 115.             | 138.             | 162.             | 173.             | 202.             | 220.             | 167.             | 149.             | 115.              |
| 4        | 0,0   | 110. | 126.             | 151.             | 176.             | 189.             | 220.             | 239.             | 182.             | 161.             | 126.              |
| 5        | 0,0   | 118. | 135.             | 162.             | 189.             | 203.             | 237.             | 257.             | 196.             | 172.             | 135.              |
| 6        | 0,0   | 125. | 145.             | 172.             | 201.             | 215.             | 251.             | 277.             | 208.             | 183.             | 143.              |
| 7        | 0,0   | 165. | 189.             | 226.             | 264.             | 284.             | 330.             | 363.             | 278.             | 241.             | 189.              |
| 8        | 0,1   | 175. | 200.             | 239.             | 283.             | 301.             | 353.             | 380.             | 291.             | 255.             | 199.              |
| 9        | 0,1   | 191. | 220.             | 266.             | 305.             | 329.             | 383.             | 414.             | 316.             | 278.             | 218.              |
| 10       | 0,1   | 204. | 232.             | 279.             | 325.             | 348.             | 406.             | 441.             | 337.             | 296.             | 232.              |
| 11       | 0,0   | 208. | 237.             | 284.             | 331.             | 355.             | 414.             | 450.             | 343.             | 302.             | 237.              |
| 12       | 0,0   | 217. | 246.             | 296.             | 345.             | 370.             | 431.             | 468.             | 357.             | 314.             | 251.              |
| 13       | 0,0   | 247. | 283.             | 340.             | 396.             | 425.             | 495.             | 538.             | 410.             | 361.             | 284.              |
| 14       | 0,0   | 254. | 288.             | 348.             | 406.             | 435.             | 508.             | 551.             | 420.             | 370.             | 290.              |
| 15       | 0,0   | 261. | 299.             | 358.             | 418.             | 448.             | 523.             | 568.             | 433.             | 381.             | 299.              |

Estimarea RIR presupune utilizarea de analize numerice (spre exemplu, procedura Newton-Rhapson). Fără a intra în detalii, prezentăm rezultatele obținute pentru fiecare din cele 15 stări ale naturii:

| St. nat. | RIR <sub>i</sub> (%) | p <sub>i</sub> |
|----------|----------------------|----------------|
| 1        | -5,5582              | 0,02           |
| 2        | 3,7667               | 0,03           |
| 3        | 8,3368               | 0,04           |
| 4        | 10,1196              | 0,05           |
| 5        | 11,7369              | 0,06           |
| 6        | 13,1279              | 0,07           |
| 7        | 19,8989              | 0,09           |
| 8        | 21,4612              | 0,15           |
| 9        | 23,9674              | 0,12           |
| 10       | 25,6886              | 0,1            |
| 11       | 26,2572              | 0,09           |
| 12       | 27,5321              | 0,07           |
| 13       | 31,9274              | 0,06           |
| 14       | 32,7213              | 0,04           |
| 15       | 33,7700              | 0,01           |

Speranța matematică și riscul (abaterea medie pătratică) a variabilei aleatoare RIR sunt calculate după formulele:

$$E(\text{RIR}) = \sum_{i=1}^{15} p_i \times \text{RIR}_i \quad (2)$$

$$\sigma(\text{RIR}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{15} p_i \times [\text{RIR}_i - E(\text{RIR})]^2} \quad (3)$$

În urma efectuării calculelor se obține:

$$E(\text{RIR}) = 20,7721\%$$

$$\sigma(\text{RIR}) = 8,2429\%$$

Ne propunem acum să testăm normalitatea distribuției valorilor RIR<sub>i</sub>. În acest sens vom utiliza popularul test de normalitate Kolmogorov-Smirnov, al cărui mecanism îl vom prezenta succint în cele ce urmează.

Testul econometric Kolmogorov-Smirnov (KS) se axează pe ideea construirii unei funcții de repartiție empirice pe baza datelor din eșantion. Această funcție, notată  $F_N(x)$ , are următoarea definiție:

$$F_N(x) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I_{X_k \leq x} \quad (4)$$

unde  $S_k$  reprezintă observațiile efectuate, iar  $I_{X_k \leq x}$  este funcția indicator<sup>(1)</sup> (sau funcția Heaviside).

Pornind de la această funcție de repartiție empirică și de la supoziția că valorile din eșantion provin dintr-o distribuție de probabilitate normală a cărei funcție de repartiție este  $F(x)$ , se definește statistica KS astfel:

$$KS_N = \max_x |F_N(x) - F(x)| \quad (5)$$

Statistica-test  $KS_N$  este convergentă către zero atunci când observațiile efectuate provin dintr-o distribuție a cărei funcție de repartiție este  $F(x)$ . Aceasta este și ipoteza nulă a testului KS. Se poate demonstra că, dacă cele două funcții de repartiție tind să se „suprapună”, atunci, la limită, are loc următoarea relație:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sqrt{N} \times KS_N = K \quad (6)$$

unde  $K$  este valoarea tabelată a funcției de repartiție a distribuției Kolmogorov. Decizia de a accepta sau de a respinge ipoteza nulă a testului KS se bazează, ca în cazul oricărui test econometric, pe comparația dintre valoarea statisticii-test și valorile critice ale lui  $K$ .

În cazul nostru, valoarea statisticii-test  $KS_N$  este egală cu 0,10287, iar  $K$  (pentru un prag de semnificație de 5%) este  $K_{0,95} = 1,3581$ . Cum  $KS_N < K$ , acceptăm ipoteza nulă a testului, și anume normalitatea distribuției variabilei aleatoare RIR.

Întrucât RIR urmează o repartiție normală, putem determina probabilitatea ca rata internă de rentabilitate a proiectului de investiții să depășească rata de actualizare  $k$  (acesta este unul dintre principalele criterii de selecție a proiectelor de investiții):

$$P(\text{RIR} > k) = P\left(\frac{\text{RIR} - E(\text{RIR})}{\sigma(\text{RIR})} > \frac{k - E(\text{RIR})}{\sigma(\text{RIR})}\right) = 1 - N\left(\frac{k - E(\text{RIR})}{\sigma(\text{RIR})}\right) \quad (7)$$

unde  $N(x)$  reprezintă funcția de repartiție teoretică a distribuției gaussiene standard  $N(0,1)$ . Pe exemplul nostru în care  $k = 12\%$ , obținem:

$$P(\text{RIR} > 0,12) = 1 - N\left(\frac{0,12 - 0,207721}{0,082429}\right) = 0,856381,$$

deci proiectul nostru are peste 85% șanse de reușită. Această valoare este foarte apropiată de probabilitatea ca VAN să fie pozitiv ( $P(\text{VAN} > 0) = 84,1345\%$ ), ceea ce reprezintă o argumentare empirică a faptului că, în cazul proiectului de față, criteriile VAN și RIR sunt echivalente.

Tabelul de mai jos prezintă diferite valori posibile pentru limita inferioară a RIR, împreună cu probabilitățile asociate<sup>(2)</sup>:

| RIR <sub>i</sub> (%) | P(RIR > RIR <sub>i</sub> ) (%) |
|----------------------|--------------------------------|
| 5                    | 97,2153                        |
| 7                    | 95,2618                        |
| 10                   | 90,4366                        |
| <b>12</b>            | <b>85,6381</b>                 |
| 13                   | 82,7130                        |
| 15                   | 75,8115                        |
| 16                   | 71,8683                        |
| 18                   | 63,1678                        |
| 20                   | 53,7313                        |
| 21                   | 48,8971                        |
| 22                   | 44,0790                        |
| 23                   | 39,3471                        |
| 25                   | 30,4004                        |
| 27                   | 22,4959                        |
| 30                   | 13,1463                        |

Procedând similar cu intervalul de încredere pentru VAN (Armeanu, Lache, 2009, pp. 133-143), se poate determina un asemenea interval și pentru rata internă de rentabilitate. Astfel, pentru un prag de semnificație  $\alpha = 1 - \delta$ , avem:

$$\left[ E(\text{RIR}) - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sigma(\text{RIR}), E(\text{RIR}) + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sigma(\text{RIR}) \right]$$

Pentru diferite probabilități  $\delta$  se obțin următoarele intervale de încredere pentru RIR:

| Probabilitatea $\delta$ (%) | Intervalul de încredere (%) |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 60                          | [13,8347 – 27,7095]         |
| 65                          | [13,0684 – 28,4758]         |
| 70                          | [12,2289 – 29,3153]         |
| 75                          | [11,2899 – 30,2543]         |
| 80                          | [10,2084 – 31,3358]         |
| 85                          | [8,9062 – 32,6380]          |
| 90                          | [7,2138 – 34,3304]          |
| 95                          | [4,6163 – 36,9278]          |
| 96                          | [3,8433 – 37,7009]          |
| 97                          | [2,8843 – 38,6599]          |
| 98                          | [1,5963 – 39,9479]          |
| 99                          | [-0,4602 – 42,0043]         |
| 99,5                        | [-2,3659 – 43,9101]         |

### I. Criteriul termenului de recuperare

Termenul de recuperare (TR) exprimă numărul de ani de recuperare, prin cashflow-urile anuale, a sumei alocate pentru efectuarea investiției. TR se calculează luând în considerare numărul  $r$  de ani pentru care, începând cu anul  $r+1$ , valoarea cumulată a cashflow-urilor generate de investiție depășește valoarea investiției inițiale. Presupunând că fluxul de numerar generat de investiție în anul  $r+1$  este încasat în mod uniform de-a lungul întregului an, numărul de zile necesare din anul  $r+1$  pentru recuperarea investiției se calculează ponderând cele 360 de zile ale anului cu raportul dintre suma care a rămas de recuperat din investiție și cashflow-ul disponibil din anul  $r+1$ :

$$\text{TR} = \max_{1 \leq r \leq 10} \left\{ r \mid \sum_{i=1}^r \text{CFD}_i \leq I_0 \right\} + \frac{I_0 - \sum_{i=1}^r \text{CFD}_i}{\text{CFD}_{r+1}} \quad (8)$$

adică  $r$  ani și  $\frac{I_0 - \sum_{i=1}^r \text{CFD}_i}{\text{CFD}_{r+1}} \times 360$  zile.

În literatura de specialitate<sup>(3)</sup> s-a acreditat ideea conform căreia sunt preferate investițiile cu un termen de recuperare cât mai redus. Așa cum a demonstrat-o, însă, practica financiară, există numeroase cazuri de proiecte de investiții care, deși caracterizate de termene de recuperare relativ lungi, generează VAN superioară altor proiecte cu TR mai redus, contribuind astfel la maximizarea valorii întreprinderii. În aceste cazuri se recomandă utilizarea criteriul VAN pentru selecția investițiilor, deși, până la urmă, acest proces de selecție este fără îndoială influențat de viziunea management-ului companiei și de obiectivele specifice pe care acesta le urmărește pe respectiva linie de business.

Valorile obținute pentru termenul de recuperare a investiției, în cele 15 stări ale naturii considerate, sunt:

| St. nat. i | $p_i$ | $TR_i$ (ani) | $TR_i$ (ani și zile) |
|------------|-------|--------------|----------------------|
| 1          | 0,02  | 0,00         | 0                    |
| 2          | 0,03  | 7,88         | 7 ani și 318 zile    |
| 3          | 0,04  | 6,48         | 6 ani și 143 zile    |
| 4          | 0,05  | 6,11         | 6 ani și 40 zile     |
| 5          | 0,06  | 5,80         | 5 ani și 288 zile    |
| 6          | 0,07  | 5,56         | 5 ani și 200 zile    |
| 7          | 0,09  | 4,54         | 4 ani și 196 zile    |
| 8          | 0,15  | 4,34         | 4 ani și 122 zile    |
| 9          | 0,12  | 4,05         | 4 ani și 18 zile     |
| 10         | 0,1   | 3,87         | 3 ani și 315 zile    |
| 11         | 0,09  | 3,82         | 3 ani și 294 zile    |
| 12         | 0,07  | 3,69         | 3 ani și 250 zile    |
| 13         | 0,06  | 3,32         | 3 ani și 117 zile    |
| 14         | 0,04  | 3,27         | 3 ani și 97 zile     |
| 15         | 0,01  | 3,19         | 3 ani și 70 zile     |

Pentru calculul speranței matematice și abaterii standard a TR se utilizează formulele următoare:

$$E(TR) = \sum_{i=1}^{15} p_i \times TR_i \quad (9)$$

$$\sigma(TR) = \sqrt{\sum_{i=1}^{15} p_i \times [TR_i - E(TR)]^2}$$

Aplicând formulele (9) obținem:

$$\begin{cases} E(TR) = 4,34 \text{ ani sau } 4 \text{ ani } 157 \text{ zile} \\ \sigma(TR) = 1,24 \text{ ani sau } 1 \text{ an } 85 \text{ zile} \end{cases}$$

Ne propunem acum să testăm normalitatea distribuției TR. În acest scop vom recurge din nou la testul Kolmogorov-Smirnov, pentru care obținem o valoare a statisticii-test  $KS_N = 0,1896$ , în timp ce cuantila de rang  $0,95^{(4)}$  a distribuției teoretice Kolmogorov este  $K_{0,95} = 1,3581$ . Ca și în cazul RIR, acceptăm ipoteza nulă a testului: variabila TR este normal distribuită. Ca atare, putem specula toate proprietățile ce decurg din aceasta.

Probabilitatea ca TR să fie superior unei valori arbitrar alese  $TR_1$  este egală cu:

$$P(TR > TR_1) = 1 - N\left(\frac{TR_1 - E(TR)}{\sigma(TR)}\right) \quad (10)$$

Intervalele de încredere  $\delta = 1 - \alpha$  se determină astfel:

$$\left[ E(TR) - z_{\frac{1-\alpha}{2}} \times \sigma(TR), E(TR) + z_{\frac{1-\alpha}{2}} \times \sigma(TR) \right] \quad (11)$$

Tabelul de mai jos prezintă intervale de încredere pentru termenul de recuperare a investiției la diferite niveluri ale acurateții estimării  $\delta$ :

| Probabilitatea $\delta$ (%) | Intervalul de încredere pentru TR (ani) |
|-----------------------------|---|
| 60                          | [3,39,5,47]                             |
| 65                          | [3,28,5,59]                             |
| 70                          | [3,15,5,71]                             |
| 75                          | [3,01,5,86]                             |
| 80                          | [2,85,6,02]                             |
| 85                          | [2,66,6,21]                             |
| 90                          | [2,40,6,47]                             |
| 95                          | [2,01,6,86]                             |
| 96                          | [1,90,6,97]                             |
| 97                          | [1,75,7,11]                             |
| 98                          | [1,56,7,31]                             |
| 99                          | [1,25,7,62]                             |
| 99,5                        | [0,96,7,90]                             |



## II. Criteriul indicelui de profitabilitate

Indicele de profitabilitate (IP) măsoară rentabilitatea relativă a unui proiect de investiții, ținând cont de întreaga durată de viață a acestuia. Practic, IP arată care este câștigul obținut pentru o unitate monetară investită. Se calculează după formula:

$$IP = \frac{VAN}{I_0} \quad (12)$$

Rezultatele obținute pentru indicele de profitabilitate, în cele 15 stări ale naturii, sunt prezentate în tabelul următor:

| St. nat. i | $p_i$ | $IP_i$ (%) |
|------------|-------|------------|
| 1          | 0,02  | -61,1775   |
| 2          | 0,03  | -32,9329   |
| 3          | 0,04  | -15,5273   |
| 4          | 0,05  | -8,1423    |
| 5          | 0,06  | -1,1614    |
| 6          | 0,07  | 5,0577     |
| 7          | 0,09  | 38,1171    |
| 8          | 0,15  | 46,2935    |
| 9          | 0,12  | 59,8210    |
| 10         | 0,1   | 69,5200    |
| 11         | 0,09  | 72,7781    |
| 12         | 0,07  | 80,1543    |
| 13         | 0,06  | 106,5070   |
| 14         | 0,04  | 111,4439   |
| 15         | 0,01  | 117,9219   |

Media și abaterea medie pătratică a indicelui de profitabilitate se calculează cu ajutorul relațiilor de mai jos:

$$E(IP) = \sum_{i=1}^{15} p_i \times IP_i$$

$$\sigma(IP) = \sqrt{\sum_{i=1}^{15} p_i \times [IP_i - E(IP)]^2} \quad (13)$$

Rezultatele obținute sunt următoarele:

$$\begin{cases} E(IP) = 45,7379\% \\ \sigma(IP) = 40,4737\% \end{cases}$$

Deoarece, după cum am văzut mai sus, VAN este o variabilă aleatoare normal distribuită, din relația (12) deducem că și IP urmează o repartiție normală. Astfel, putem determina probabilitatea ca IP să fie superior unei valori  $IP_1$ :

$$P(IP > IP_1) = 1 - N\left(\frac{IP_1 - E(IP)}{\sigma(IP)}\right) \quad (14)$$

În cazul particular  $IP_1 = 0\%$  relația (42) devine:

$$P(IP > 0) = 1 - N\left(-\frac{E(IP)}{\sigma(IP)}\right) \quad (15)$$

Rezultatele obținute sunt:

| $IP_1$ (%) | $P(IP > IP_1)$ (%) |
|------------|--------------------|
| <b>0</b>   | <b>87,0776</b>     |
| 10         | 81,1380            |
| 15         | 77,6210            |
| 20         | 73,7585            |
| 25         | 69,5808            |
| 30         | 65,1304            |
| 40         | 55,6369            |
| 50         | 45,8067            |
| 65         | 31,7067            |
| 80         | 19,8629            |
| 90         | 13,7065            |
| 100        | 9,0013             |
| 110        | 5,6171             |
| 135        | 1,3712             |
| 150        | 0,4997             |
| 180        | 0,0455             |

Din tabel rezultă că probabilitatea ca IP să fie pozitiv este de circa 87%, respectiv foarte apropiată de probabilitățile ca VAN să fie pozitivă (circa 84%)

și ca RIR să fie superioară ratei de actualizare  $k$  (circa 85%), ceea ce demonstrează echivalența criteriilor VAN, RIR și IP pentru proiectul nostru.

De asemenea, putem determina intervale de încredere  $\delta$  pentru IP, pe baza formulei:

$$\left[ E(IP) - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sigma(IP), E(IP) + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sigma(IP) \right] \quad (16)$$

Intervalele de încredere, pentru diferite niveluri ale acurateții  $\delta$ , sunt prezentate în tabelul de mai jos.

| Probabilitatea $\delta$ (%) | Intervalul de încredere pentru IP (%) |
|-----------------------------|---------------------------------------|
| 60                          | [11,6744 – 79,8014]                   |
| 65                          | [7,9117 – 83,5642]                    |
| 70                          | [3,7897 – 87,6862]                    |
| 75                          | [-0,8209 – 92,2968]                   |
| 80                          | [-6,1312 – 97,6070]                   |
| 85                          | [-12,5252 – 104,0010]                 |
| 90                          | [-20,8353 – 112,3112]                 |
| 95                          | [-33,5890 – 125,0648]                 |
| 96                          | [-37,3848 – 128,8607]                 |
| 97                          | [-42,0936 – 133,5694]                 |
| 98                          | [-48,4179 – 139,8937]                 |
| 99                          | [-58,5153 – 149,9912]                 |
| 99,5                        | [-67,8730 – 159,3488]                 |

Faptul că intervalele de încredere nu sunt compacte, chiar și pentru niveluri mai reduse ale probabilității  $\delta$ , se poate explica prin abaterea standard mare a indicelui de profitabilitate.

### III. Criteriul rentabilității suplimentare

Rentabilitatea suplimentară (RS) reprezintă o altă măsură a randamentului investiției și se calculează utilizând următoarea formulă:

$$RS = \sum_{j=1}^{10} \frac{CFD_j - I_0}{I_0} = \sum_{j=1}^{10} \frac{CFD_j}{I_0} - 1 \quad (17)$$

Criteriul de selecție a investițiilor este constituit, așa cum era de așteptat, de maximizarea rentabilității suplimentare. Pentru cele 15 stări ale naturii considerate în cazul proiectului nostru rentabilitățile suplimentare obținute sunt:

| St. nat. i | $p_i$ | $RS_i$ (%) |
|------------|-------|------------|
| 1          | 0,02  | -28,7630   |
| 2          | 0,03  | 23,0886    |
| 3          | 0,04  | 54,8302    |
| 4          | 0,05  | 68,3013    |
| 5          | 0,06  | 81,0779    |
| 6          | 0,07  | 92,4532    |
| 7          | 0,09  | 153,2138   |
| 8          | 0,15  | 168,0181   |
| 9          | 0,12  | 192,5916   |
| 10         | 0,1   | 210,5030   |
| 11         | 0,09  | 216,4936   |
| 12         | 0,07  | 230,1193   |
| 13         | 0,06  | 278,3648   |
| 14         | 0,04  | 287,4402   |
| 15         | 0,01  | 299,2451   |

Determinarea speranței matematice și a volatilității rentabilității suplimentare se bazează pe formulele :

$$E(RS) = \sum_{i=1}^{15} p_i \times RS_i$$

$$\sigma(RS) = \sqrt{\sum_{i=1}^{15} p_i \times [RS_i - E(RS)]^2}$$
(18)

În urma efectuării calculelor se obțin rezultatele următoare:

$$\begin{cases} E(RS) = 167\% \\ \sigma(RS) = 74,1201\% \end{cases}$$

Întrucât cashflow-urile disponibile sunt variabile aleatoare normal distribuite, din relația (17) rezultă că și variabila RS urmează o repartiție normală. Astfel, probabilitatea ca RS să fie superioară unei valori oarecare  $RS_1$  are expresia:

$$P(RS > RS_1) = 1 - N\left(\frac{RS_1 - E(RS)}{\sigma(RS)}\right)$$
(19)

În situația particulară în care  $RS_1 = 0$  avem:

$$P(RS > 0) = 1 - N\left(-\frac{E(RS)}{\sigma(RS)}\right) = 98,7874\%$$

Tabelul de mai jos prezintă probabilitățile ca RS să fie superioară unor limite inferioare  $RS_1$  alese în mod arbitrar:

| <b>RS<sub>1</sub> (%)</b> | <b>P(IP &gt; IP<sub>1</sub>) (%)</b> |
|---------------------------|--------------------------------------|
| -30                       | 99,6068                              |
| -10                       | 99,1530                              |
| <b>0</b>                  | 98,7874                              |
| 20                        | 97,6331                              |
| 30                        | 96,7724                              |
| 40                        | 95,6684                              |
| 50                        | 94,2777                              |
| 60                        | 92,5575                              |
| 75                        | 89,2739                              |
| 90                        | 85,0564                              |
| 100                       | 81,6986                              |
| 120                       | 73,6994                              |
| 140                       | 64,2173                              |
| 170                       | 48,3857                              |
| 200                       | 32,8079                              |
| 220                       | 23,7288                              |

Intervalele de încredere pentru RS (pentru diferite niveluri ale pragului de semnificație  $\alpha$ ) se determină astfel:

$$\left[ E(RS) - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sigma(RS), E(RS) + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sigma(RS) \right] \quad (20)$$

Tabelul următor conține intervale de încredere pentru rentabilitatea suplimentară RS:

| Probabilitatea $\delta$ (%) | Intervalul de încredere pentru RS (%) |
|-----------------------------|---------------------------------------|
| 60                          | [108,5826 – 225,4174]                 |
| 65                          | [108,0512 – 225,9488]                 |
| 70                          | [107,5307 – 226,4694]                 |
| 75                          | [107,0210 – 226,9790]                 |
| 80                          | [106,5225 – 227,4776]                 |
| 85                          | [106,0350 – 227,9651]                 |
| 90                          | [105,5586 – 228,4415]                 |
| 95                          | [105,0934 – 228,9066]                 |
| 96                          | [105,0017 – 228,9983]                 |
| 97                          | [104,9105 – 229,0896]                 |
| 98                          | [104,8197 – 229,1804]                 |
| 99                          | [104,7293 – 229,2707]                 |
| 99,5                        | [104,6843 – 229,3157]                 |

Fundamentarea deciziei de investire în mediul probabilistic se realizează prin estimarea stărilor cash-flow-urilor aferente fiecărui an pe baza variațiilor înregistrate în anii anteriori sau prin estimarea subiectivă a investitorilor și utilizarea acestora în formula valorii actualizate nete. Față de mediul determinist atunci când cash-flow-urile erau cunoscute cu certitudine în mediul nedeterminist se presupun cunoscute diferite valori ale cash-flow-urilor pe diferite stări ale naturii cu anumite probabilități de apariție. Probabilitățile de apariție sunt cuantificate fie în funcție de un istoric al lor, atunci când acesta există, pe baza frecvențelor anterioare, fie sunt estimate subiectiv de către specialiști. În cadrul acestui articol am testat normalitatea distribuției valorilor RIR, IP, TR și RS și am determinat probabilitatea ca proiectul respectiv să fie acceptat de către investitori precum și intervalele de încredere pentru acești indicatori cu diferite probabilități de apariție ceea ce permite investitorilor fundamentarea riguroasă a deciziei de investire în condiții de incertitudine.

### Note

(1) Această funcție indicator are expresia următoare: 
$$I_{X_k \leq x} = \begin{cases} 1, & X_k \leq x \\ 0, & X_k > x \end{cases}$$

(2) Metodologia de calcul a probabilității este 
$$P(RIR > RIR_1) = 1 - N\left(\frac{RIR_1 - E(RIR)}{\sigma(RIR)}\right)$$
.

(3) A se vedea Stancu (2007).

(4) Am considerat același prag de semnificație de 5%.

---

**Bibliografie**

---

- Armeanu, D., Bălu, Florentina, "Interest Rate Risk Measurement as a Component of Interest Risk Management in Commercial Banks", *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, nr. 3-4/2007
- Armeanu, D., Lache, L., "The NPV Criterion for Valuing Investments under Uncertainty", *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, nr. 4/2009, pp. 133-143, 222 pg., ISSN 0424-267X
- Bădin, Luiza, "Some Remarks on Nonparametric Estimation of Conditional Efficiency Measures", *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, nr. 3-4/2007
- Cenușă, Gh. (coord.) (2005). *Matematici pentru economiști*, Editura Cison, București
- Fulga, Cristina, Șerban, F., "Multi-Item Inventory Model With Constant Rate of Deterioration and Assurance Stock", vol. 42, *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, nr. 3-4/2008
- Helfert, E. (2001). *Financial analysis tools and techniques – a guide for managers*, The McGraw-Hill Companies
- Hitchner, J. (2006). *Financial valuation: applications and models*, Wiley
- Keck, T., Levensgood, E., Longfield, A. "Using Discounted Flow Analysis in an International Setting: A Survey of Issues in Modeling the Cost of Capital", *Journal of Applied Corporate Finance*, 11(3), Fall 1998, pp. 82-99
- Lakonishok, J., Shapiro, C. "Systematic Risk, Total Risk, and Size as Determinants of Stock Market Returns", *Journal of Banking and Finance*, 10, 1986, pp. 115-132
- Lessard, D., "Incorporating Country Risk in the Valuation of Offshore Projects", *Journal of Applied Corporate Finance*, 9(3), 1996, pp. 52-63
- Livingstone, J.L., Grossman, Th. (2002). *The portable MBA in finance and accounting*, 3<sup>rd</sup> edition, Wiley
- Morard, B., Bălu Florentina, "Developing a Practical Model for Calculating the Economic Value Added", *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, nr. 3/2009
- Palepu, K.G., Bernard, V.L., Healy, P.M. (1997). *Introduction to Business Analysis and Valuation*, South-Western
- Pettit, J., Ferguson, M., Gluck, R., "A Method for Estimating Global Corporate Capital Costs: The Case of Bestfoods", *Journal of Applied Corporate Finance*, 12(3), Fall 1999, pp. 80-90
- Pratt, S., Reilly, R., Schweih, R. (2000). *Valuing a Business: The Analysis and Appraisal of Closely Held Companies*, 4<sup>th</sup> edition, McGraw-Hill
- Stancu, I. (2003). *Finanțe*, volumul II: *Investiții directe și finanțarea lor*, Editura Economică, București
- Stancu, I. (2003). *Finanțe*, volumul III: *Gestiunea financiară a întreprinderii*, Editura Economică, București
- Stancu, I. (2007). *Finanțe*, ediția a patra, Editura Economică, București
- Stancu, I. (2007). *Finanțe*, volumul I: *Piețe financiare și gestiunea portofoliului*, ediția a doua, Editura Economică, București
- Van Horne, J., Wachowicz, J. (2008). *Fundamentals of financial management*, 13<sup>th</sup> edition, Prentice Hall